DO NOT OPEN THE SEAL UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

2023

Question Paper Series

P

MATHEMATICS

JM

Time : 45 Minutes

Maximum Marks : 120

Total Marks : 120 (4 × 30)

Answer **all** questions

This Question Paper consists of 16 pages. Each Multiple Choice Question (MCQ) is provided with four options (A), (B), (C) and (D). Identify the correct option and darken/fill the corresponding circle (A)/(B)/(C)/(D) with Blue/Black Ballpoint Pen on the OMR Answer Sheet.

For each question, 4 marks will be awarded for correct answer and for each wrong answer 1 mark will be deducted.

সব প্রশ্নের উত্তর দাও

এই প্রশ্নপত্রটিতে **16**টি মুদ্রিত পৃষ্ঠা আছে। প্রতিটি MCQ-এর সাথে চারটি সম্ভাব্য উত্তর (A), (B), (C) এবং (D) দেওয়া আছে। সঠিক উত্তরটি নির্বাচন কর এবং OMR Answer Sheet-এর নির্ধারিত জায়গায় উত্তরটি (A)/(B)/(C)/(D) নীল বা কালো Ballpoint Pen দিয়ে ভর্তি কর।

প্রত্যেক প্রশ্নের সঠিক উত্তরের জন্য 4 নম্বর দেওয়া হবে
এবং প্রত্যেক ভুল উত্তরের জন্য 1 নম্বর কাটা যাবে।

যতক্ষণ পর্যন্ত না বলা হবে, ততক্ষণ পর্যন্ত মোহর খুলবে না

SEAL

1. Let, T be the set of all triangles in a plane. Then the relation $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \in T$ and T_1 is congruent to $T_2\}$ on T is

(A) reflexive and symmetric but not transitive

(B) reflexive and transitive but not symmetric

(C) symmetric and transitive but not reflexive

(D) equivalence

১। মনে কর, $R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2 \in T$ এবং T_1, T_2 সর্বসম ত্রিভুজ$\}$ T সেটের উপর একটি সম্পর্ক, যেখানে T একটি সমতলের সমস্ত ত্রিভুজের সেট। R সম্পর্কটি হবে

(A) রিফ্লেক্সিভ এবং সিমেট্রিক কিন্তু ট্রান্সিটিভ নয়

(B) রিফ্লেক্সিভ এবং ট্রান্সিটিভ কিন্তু সিমেট্রিক নয়

(C) সিমেট্রিক এবং ট্রান্সিটিভ কিন্তু রিফ্লেক্সিভ নয়

(D) ইকুইভেলেন্স

2. The number of binary operations on the set $A = \{1, 2, 3, 4\}$ is

(A) 2^4

(B) 2^{16}

(C) 4^2

(D) 4^{16}

২। $A = \{1, 2, 3, 4\}$ সেটের উপর বাইনারি অপারেশন-এর সংখ্যা হবে

(A) 2^4

(B) 2^{16}

(C) 4^2

(D) 4^{16}

3. Let, f be any function defined on R such that $|f(a)-f(b)| \leq |(a-b)^2|$, $\forall a, b \in R$. If $f(0) = 1$, then

(A) $f(x) > 0, \forall x \in R$

(B) $f(x)$ can take any value in R

(C) $f(x) = 0, \forall x \in R$

(D) $f(x) < 0, \forall x \in R$

৩। মনে কর, f অপেক্ষকটি R সেটে এমনভাবে সংজ্ঞাত যাতে $|f(a)-f(b)| \leq |(a-b)^2|$, $\forall a, b \in R$ হয়। যদি $f(0) = 1$ হয়, তবে

(A) $f(x) > 0, \forall x \in R$

(B) $f(x)$-এর মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা

(C) $f(x) = 0, \forall x \in R$

(D) $f(x) < 0, \forall x \in R$

4. Let, α, β be the roots of the equation $x^2 + x + 1 = 0$. The equation whose roots are α^{19}, β^7 is

(A) $x^2 + x + 1 = 0$

(B) $x^2 - x - 1 = 0$

(C) $x^2 - x + 1 = 0$

(D) $x^2 + x - 1 = 0$

৪। মনে কর, α, β হল $x^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের দু'টি বীজ। যে সমীকরণের বীজদ্বয় α^{19} ও β^7, সেটি হল

(A) $x^2 + x + 1 = 0$

(B) $x^2 - x - 1 = 0$

(C) $x^2 - x + 1 = 0$

(D) $x^2 + x - 1 = 0$

5. If $z = x - iy$ and $z^{1/3} = a + ib$, then $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) / \left(a^2 + b^2\right)$ is equal to

(A) 1 (B) –1

(C) 2 (D) –2

৫। যদি $z = x - iy$ এবং $z^{1/3} = a + ib$ হয়, তাহলে $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) / \left(a^2 + b^2\right)$-এর মান হবে

(A) 1 (B) –1

(C) 2 (D) –2

6. The sum of integers from 1 to 100 that are divisible by 2 or 5 is

(A) 3050 (B) 2850

(C) 3600 (D) 3250

৬। 1 থেকে 100-এর মধ্যে 2 অথবা 5 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলির সমষ্টি হবে

(A) 3050 (B) 2850

(C) 3600 (D) 3250

7. The values of λ for which the system of equations

$$\begin{aligned} (3\lambda - 8)x + 3y + 3z &= 0 \\ 3x + (3\lambda - 8)y + 3z &= 0 \\ 3x + 3y + (3\lambda - 8)z &= 0 \end{aligned}$$

has a non-trivial solution, are

(A) 2/3, 17/3 (B) 2/3, 11/3

(C) 8/3, 2/3 (D) 8/3, 11/3

৭। λ-এর কোন্ কোন্ মানের জন্য নিম্নের সমীকরণগুলির একটি 'non-trivial' সমাধান থাকবে?

$$\begin{aligned} (3\lambda - 8)x + 3y + 3z &= 0 \\ 3x + (3\lambda - 8)y + 3z &= 0 \\ 3x + 3y + (3\lambda - 8)z &= 0 \end{aligned}$$

(A) 2/3, 17/3 (B) 2/3, 11/3

(C) 8/3, 2/3 (D) 8/3, 11/3

8. If $a \neq p$, $b \neq q$, $c \neq r$ and $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$, then the value of $\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$ is

(A) 2

(B) 4

(C) –2

(D) –5

৮। যদি $a \neq p$, $b \neq q$, $c \neq r$ এবং $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$ হয়, তবে $\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$-এর মান হবে

(A) 2

(B) 4

(C) –2

(D) –5

9. If $\left(1 - x + x^2\right)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots\cdots + a_n x^{2n}$, then the value of $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots\cdots + a_{2n-1}$ is

(A) $3^n - 1/2$

(B) $3^n + 1/2$

(C) $(3^n + 1)/2$

(D) $(1 - 3^n)/2$

৯। যদি $\left(1 - x + x^2\right)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots\cdots + a_n x^{2n}$ হয়, তবে $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots\cdots + a_{2n-1}$ -এর মান হবে

(A) $3^n - 1/2$

(B) $3^n + 1/2$

(C) $(3^n + 1)/2$

(D) $(1 - 3^n)/2$

10. $x^2 + y^2 + 2(2k+3)x - 2ky + (2k+3)^2 + k^2 - r^2 = 0$ represents the family of circles with centres on the line

(A) $x - 2y - 3 = 0$

(B) $x + 2y - 3 = 0$

(C) $x + 2y + 3 = 0$

(D) $x - 2y + 3 = 0$

১০। $x^2 + y^2 + 2(2k+3)x - 2ky + (2k+3)^2 + k^2 - r^2 = 0$

এই বৃত্ত পরিবার-এর কেন্দ্রগুলি যে সরলরেখার উপর অবস্থিত, সেটি হল

(A) $x - 2y - 3 = 0$

(B) $x + 2y - 3 = 0$

(C) $x + 2y + 3 = 0$

(D) $x - 2y + 3 = 0$

11. If the curves $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 1$ and $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ intersect each other at right angle, then

(A) $a + b = p + q$

(B) $a - b = p - q$

(C) $ap = bq$

(D) $p + a = q + b$

১১। যদি $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 1$ এবং $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ বক্ররেখা দু'টি সমকোণে পরস্পরকে ছেদ করে, তবে

(A) $a + b = p + q$

(B) $a - b = p - q$

(C) $ap = bq$

(D) $p + a = q + b$

12. The equation of the ellipse whose focii (±5, 0) and one of its directrix is $5x = 36$, is

(A) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{11}=1$ (B) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{\sqrt{11}}=1$

(C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{11}=1$ (D) None of these

১২। যে উপবৃত্তের নাভিদ্বয় (±5, 0) এবং একটি নিয়ামক $5x = 36$, তার সমীকরণ হল

(A) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{11}=1$ (B) $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{\sqrt{11}}=1$

(C) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{11}=1$ (D) এদের কোনটিই নয়

13. The general solution of the equation $4\sin^4 x+\cos^4 x=1$ is

(A) $n\pi$ or $n\pi \pm \alpha/2$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(B) $n\pi/2$ or $n\pi \pm \alpha$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(C) $(2n+1)\pi/2$ or $n\pi \pm \alpha$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(D) None of the above

$[n \in N]$

১৩। $4\sin^4 x+\cos^4 x=1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান হল

(A) $n\pi$ or $n\pi \pm \alpha/2$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(B) $n\pi/2$ or $n\pi \pm \alpha$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(C) $(2n+1)\pi/2$ or $n\pi \pm \alpha$, $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$

(D) উপরের কোনটিই নয়

$[n \in N]$

14. If $\sin\alpha + \sin\beta = -\frac{21}{65}$ and $\cos\alpha + \cos\beta = -\frac{27}{65}$, then the value of $\frac{\cos(\alpha-\beta)}{2}$ is

(A) $-3/\sqrt{130}$

(B) $3/\sqrt{130}$

(C) 6/65

(D) –6/65

[where $\pi < \alpha - \beta < 3\pi$]

১৪। যদি $\sin\alpha + \sin\beta = -\frac{21}{65}$ এবং $\cos\alpha + \cos\beta = -\frac{27}{65}$ হয়, তবে $\frac{\cos(\alpha-\beta)}{2}$-এর মান হবে

(A) $-3/\sqrt{130}$

(B) $3/\sqrt{130}$

(C) 6/65

(D) –6/65

[যেখানে $\pi < \alpha - \beta < 3\pi$]

15. In a triangle *ABC*, if $\frac{2\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{2\cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca}$, then the triangle is

(A) right-angled triangle

(B) equilateral triangle

(C) isosceles triangle

(D) None of the above

১৫। *ABC* ত্রিভুজের ক্ষেত্রে যদি $\frac{2\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{2\cos C}{c} = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca}$ হয়, তবে ত্রিভুজটি

(A) সমকোণী ত্রিভুজ

(B) সমবাহু ত্রিভুজ

(C) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

(D) উপরের কোনটিই নয়

16. If the plane $x-2y+3z=4$ is rotated through a right angle about the line of intersection of the plane $2x+3y-4z=5$, then the equation of the plane in its new position is

(A) $x-22y-3z=67$

(B) $22x+5y-4z=67$

(C) $22x-5y+4z=67$

(D) None of the above

১৬। যদি $x-2y+3z=4$ সমতলটি $2x+3y-4z=5$ সমতলের সহিত ছেদ সরলরেখার সাপেক্ষে $90°$ ঘুরে যায়, তবে সমতলটির নতুন অবস্থানের সমীকরণ হবে

(A) $x-22y-3z=67$

(B) $22x+5y-4z=67$

(C) $22x-5y+4z=67$

(D) উপরের কোনটিই নয়

17. The distance of the point (4, –5, 3) from the straight line $\frac{x-5}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-6}{5}$ is

(A) $\frac{\sqrt{157}}{3}$ unit

(B) $\frac{\sqrt{157}}{5}$ unit

(C) $\frac{\sqrt{457}}{5}$ unit

(D) $\frac{\sqrt{457}}{3}$ unit

১৭। (4, –5, 3) বিন্দু থেকে $\frac{x-5}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-6}{5}$ সরলরেখার দূরত্ব হবে

(A) $\frac{\sqrt{157}}{3}$ একক

(B) $\frac{\sqrt{157}}{5}$ একক

(C) $\frac{\sqrt{457}}{5}$ একক

(D) $\frac{\sqrt{457}}{3}$ একক

18. Let, $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ be three vectors such that $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$ and $|\vec{\alpha}|=7$, $|\vec{\beta}|=4$, $|\vec{\gamma}|=5$. Then $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\cdot\vec{\alpha}$ is

(A) 35 (B) 140

(C) −45 (D) −140

১৮। মনে কর, $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ তিনটি ভেক্টর যেখানে $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$ এবং $|\vec{\alpha}|=7$, $|\vec{\beta}|=4$, $|\vec{\gamma}|=5$। তাহলে $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\cdot\vec{\alpha}$-এর মান হল

(A) 35 (B) 140

(C) −45 (D) −140

19. If $f(9)=9$ and $f'(9)=4$, then $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{f(x)}-3}{\sqrt{x}-3}=$

(A) 9 (B) 3

(C) 0 (D) 4

১৯। যদি $f(9)=9$ এবং $f'(9)=4$ হয়, তবে $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{f(x)}-3}{\sqrt{x}-3}=$

(A) 9 (B) 3

(C) 0 (D) 4

20. Which of the following functions has a finite number of points of discontinuity in R?

(A) $\tan x$ (B) $x[x]$

(C) $\dfrac{|x|}{x}$ (D) $\sin(\pi x)$

{$[x]$ represents the greatest integer less than or equal to x, $(\leq x)$}

২০। নিম্নের অপেক্ষকগুলির মধ্যে কোন্ অপেক্ষকটির সসীম সংখ্যক অসন্তত বিন্দু R সেটে আছে?

(A) $\tan x$ (B) $x[x]$

(C) $\dfrac{|x|}{x}$ (D) $\sin(\pi x)$

{$[x]$ একটি সর্বোচ্চ পূর্ণসংখ্যা বোঝায় যা x-এর থেকে ছোট বা সমান, $(\leq x)$}

21. Which of the following functions satisfies the all three conditions of Rolle's theorem?

(A) $f(x) = |x-2|, x \in [0,4]$

(B) $g(x) = \frac{1}{x^2}, x \in [-1,1]$

(C) $h(x) = \cos x, x \in [0,2\pi]$

(D) $k(x) = |\sin x|, x \in [0,2\pi]$

২১। নিম্নে প্রদত্ত অপেক্ষকগুলির মধ্যে কোনটি Rolle's theorem-এর সমস্ত তিনটি শর্তকে সিদ্ধ করে?

(A) $f(x) = |x-2|, x \in [0,4]$

(B) $g(x) = \frac{1}{x^2}, x \in [-1,1]$

(C) $h(x) = \cos x, x \in [0,2\pi]$

(D) $k(x) = |\sin x|, x \in [0,2\pi]$

22. $\int_0^{\pi} \log_e(1+\cos\theta)\, d\theta = ?$

(A) $\frac{-\pi}{2}\log_e 2$

(B) $\frac{\pi}{2}\log_e 2$

(C) $-\pi\log_e 2$

(D) $\pi\log_e 2$

২২। $\int_0^{\pi} \log_e(1+\cos\theta)\, d\theta = ?$

(A) $\frac{-\pi}{2}\log_e 2$

(B) $\frac{\pi}{2}\log_e 2$

(C) $-\pi\log_e 2$

(D) $\pi\log_e 2$

23. $\int e^{2x}(2\cos x - \sin x)\,dx = ?$

(A) $e^{2x}\sin x + c$

(B) $-e^{2x}\sin x + c$

(C) $-e^{2x}\cos x + c$

(D) $e^{2x}\cos x + c$

২৩। $\int e^{2x}(2\cos x - \sin x)\,dx = ?$

(A) $e^{2x}\sin x + c$

(B) $-e^{2x}\sin x + c$

(C) $-e^{2x}\cos x + c$

(D) $e^{2x}\cos x + c$

24. Solution of the differential equation $(1+y^2)\,dx = (\tan^{-1} y - x)\,dy$ is

(A) $x = \tan^{-1} y + 1 - ce^{-\tan^{-1} y}$

(B) $x = \tan^{-1} y - 1 + ce^{-\tan^{-1} y}$

(C) $x = \tan^{-1} y + 1 + ce^{\tan^{-1} y}$

(D) $x = \tan^{-1} y - 1 + ce^{\tan^{-1} y}$

২৪। $(1+y^2)\,dx = (\tan^{-1} y - x)\,dy$ অবকল সমীকরণটির সমাধান হল,

(A) $x = \tan^{-1} y + 1 - ce^{-\tan^{-1} y}$

(B) $x = \tan^{-1} y - 1 + ce^{-\tan^{-1} y}$

(C) $x = \tan^{-1} y + 1 + ce^{\tan^{-1} y}$

(D) $x = \tan^{-1} y - 1 + ce^{\tan^{-1} y}$

25. If slant height of a right circular cone is 3 cm, then the maximum volume of the cone is

(A) $2\sqrt{3}\pi$ cm^3

(B) $4\sqrt{3}\pi$ cm^3

(C) $(2+\sqrt{3})\pi$ cm^3

(D) $(2-\sqrt{3})\pi$ cm^3

২৫। যদি একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা 3 cm হয়, তবে ঐ শঙ্কুর আয়তনের চরম মান হবে

(A) $2\sqrt{3}\pi$ cm^3

(B) $4\sqrt{3}\pi$ cm^3

(C) $(2+\sqrt{3})\pi$ cm^3

(D) $(2-\sqrt{3})\pi$ cm^3

26. The area bounded by the parabola $y = x^2 - 1$, tangent to it at (2, 3) and y-axis is

(A) $\frac{2}{3}$ sq. unit

(B) $\frac{4}{3}$ sq. unit

(C) $\frac{8}{3}$ sq. unit

(D) 1 sq. unit

২৬। $y = x^2 - 1$ অধিবৃত্ত, (2, 3) বিন্দুতে ঐ অধিবৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শক এবং y-অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হবে

(A) $\frac{2}{3}$ বর্গ একক

(B) $\frac{4}{3}$ বর্গ একক

(C) $\frac{8}{3}$ বর্গ একক

(D) 1 বর্গ একক

27. The normal to the curve $y(x-2)(x-3)=x+6$ at the point, where the curve intersects the y-axis, passes through the point

(A) $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

(B) $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

২৭। $y(x-2)(x-3)=x+6$ বক্রটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে, সেই বিন্দুতে বক্রটির অভিলম্বটি নিম্নের যে বিন্দুগামী হবে, সেটি হল

(A) $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$

(B) $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

28. The mean of five observations is 4 and their variance is 5·2. If three of these observations are 1, 2 and 6, then other two are

(A) 2 and 9 (B) 3 and 8

(C) 4 and 7 (D) 5 and 6

২৮। পাঁচটি পর্যবেক্ষণের mean এবং variance হল যথাক্রমে 4 এবং 5·2। যদি পর্যবেক্ষণগুলির মধ্যে 3টি পর্যবেক্ষণ 1, 2 এবং 6 হয়, তবে অপর দু'টি পর্যবেক্ষণ হবে

(A) 2 এবং 9 (B) 3 এবং 8

(C) 4 এবং 7 (D) 5 এবং 6

29. The statement $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ is equivalent to

(A) $\sim q$

(B) $\sim p$

(C) $(p \vee q)$

(D) $(p \wedge q)$

(here $\sim x$ means negation of the statement x)

২৯। $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ উক্তিটির সমতুল্য উক্তিটি হবে

(A) $\sim q$

(B) $\sim p$

(C) $(p \vee q)$

(D) $(p \wedge q)$

(এখানে, $\sim x$-এর অর্থ হল x-এর ঋণাত্মক উক্তি)

30. Let, the two variables x and y satisfy the following conditions :

$$x + 3y \geq 3,$$
$$x + y \geq 2,$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

Then minimum value of $Z = 3x + 5y$ is

(A) 5 (B) 7

(C) 10 (D) 11

৩০। মনে কর, x এবং y চলরাশি দু'টি নিম্নের শর্তগুলি সিদ্ধ করে

$$x + 3y \geq 3,$$
$$x + y \geq 2,$$
$$x \geq 0, y \geq 0$$

তাহলে $Z = 3x + 5y$-এর ক্ষুদ্রতম মান হবে

(A) 5 (B) 7

(C) 10 (D) 11